

INFERENCIA ESTADÍSTICA CON LA CLASSPAD 330

Mauricio Contreras del Rincón

IES Benicalap (Valencia)

Departamento Didáctica de las Matemáticas (Universidad de Valencia)

Introducción

El estudio de la Estadística inferencial es realmente muy difícil si no se utilizan recursos apropiados. La aparición de las calculadoras gráficas estadísticas ha supuesto un gran avance al facilitar los tediosos cálculos y centrar el objetivo de la enseñanza en los conceptos. La calculadora ClassPad 330 permite obtener con gran facilidad estimaciones de parámetros, determinar intervalos de confianza, validar hipótesis, etc.

En este artículo estudiaremos algunas de las posibilidades de la ClassPad 330 para el estudio de la Inferencia Estadística en ESO y Bachillerato

1. Inferencia estadística con la ClassPad 330

1. INTERVALOS DE CONFIANZA

- **Intervalo de confianza para la media**

- El comando OneSampleZInt (situado en el teclado virtual [cat]) calcula el intervalo de confianza para la media poblacional cuando se conoce la desviación típica de la población. Para ello utiliza las fórmulas:

$$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right), \text{ siendo } \alpha \text{ el nivel de significación y } 1-\alpha \text{ el nivel de confianza.}$$

- Si se conoce la lista de datos, la sintaxis del comando es: **OneSampleZInt 1- α , σ , List, Frec**, siendo α el nivel de significación, σ la desviación típica, List el nombre de la lista de datos, Frec la lista que contiene las frecuencias de los datos.
- Si se conocen los parámetros estadísticos de la muestra, la sintaxis del comando es la siguiente: **OneSampleZInt 1- α , σ , \bar{x} , n**, siendo α el nivel de significación, σ la desviación típica, \bar{x} la media y n el tamaño de la muestra.

- La siguiente tabla muestra las duraciones (en días) de 100 pastillas de jabón de una determinada marca. Halla un intervalo de confianza para la duración media de dichas pastillas con un nivel de significación $\alpha=0,05$. Sigue los siguientes pasos:

Duración (días)	7	12	17	22
Frecuencia	24	46	19	11

- **Primer procedimiento**

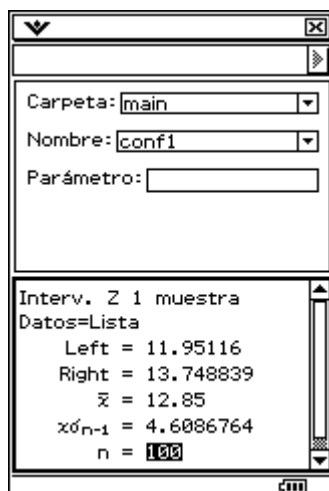
- 1) En el editor de listas de la aplicación Estadística, introduce en las listas list1 y list2 las duraciones y las frecuencias, respectivamente. Selecciona el comando Calc./ Una variable e introduce como frecuencias la lista list2. Toca el botón [Acep.] y observa el resultado.



- 2) En el editor de programas de la aplicación Programas, selecciona el comando Edit / Archivo nuevo. En la siguiente ventana introduce como nombre del archivo conf1 y toca el botón [Acep.].
- 3) En la siguiente ventana, toca el botón del teclado virtual [cat] y selecciona Todo en la lista desplegable Forma. En el catálogo de comandos selecciona OneSampleZInt y toca el botón [INTRO] para introducir dicha función en la ventana de edición del programa. Con ayuda del teclado virtual [math] completa el comando OneSampleZInt 0.95, 4.586, list1, list2. Toca el botón [Ejec.]. En la siguiente línea del programa selecciona el comando E/S / Visualización / DispStat.

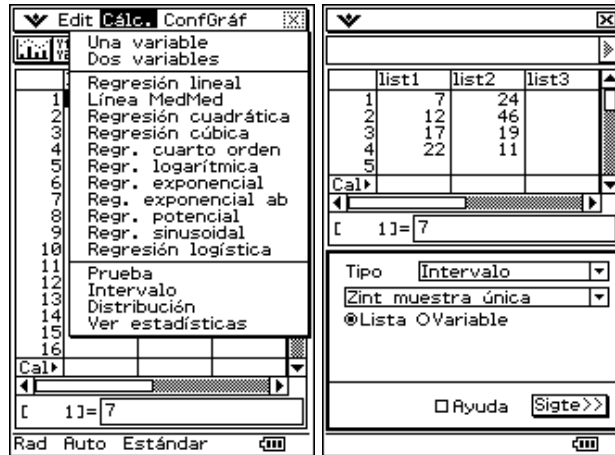


- 4) Selecciona el comando Edit / Guardar archivo. A continuación selecciona el comando /Cargador programa. En la lista desplegable Carpeta selecciona la carpeta donde está guardado el programa, en nuestro caso, la carpeta principal main. En la lista desplegable Nombre selecciona el nombre del programa, conf1. Haz clic en el botón [▶] o selecciona el comando Ejecutar / Ejecutar programa. Aparece una pantalla con el resultado del cálculo estadístico. En ella se indica que el intervalo de confianza del 95% es (11.95, 13.75).

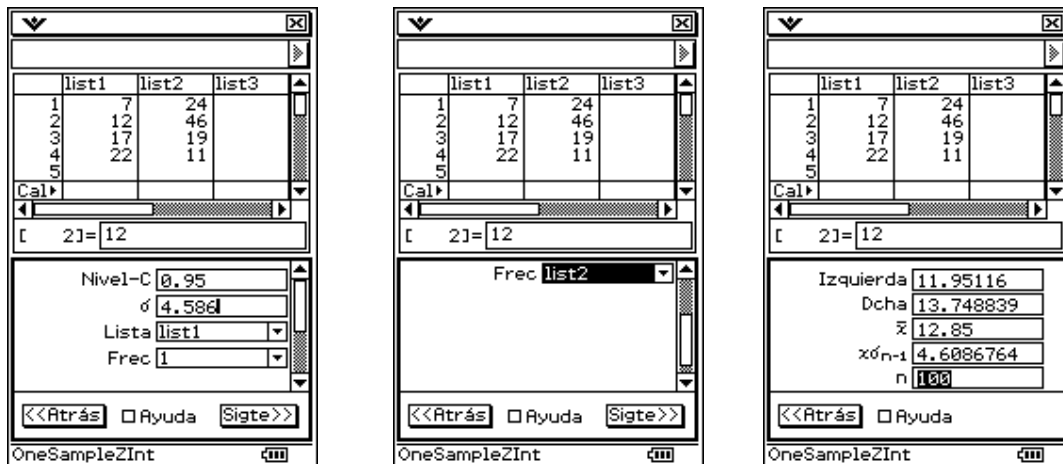


- Segundo procedimiento

- 1) En el editor de listas de la aplicación Estadística, introduce en las listas list1 y list2 las duraciones y las frecuencias, respectivamente. Selecciona el comando Calc./ Intervalo y, en la lista desplegable elige la opción Zint muestra única y la opción Lista. Toca el botón [Sigte].



- 2) En la siguiente ventana introduce 0.95 como Nivel de confianza, 4.586 como valor de la desviación típica poblacional, indica que los datos están en la list1 y que las frecuencias están en la list2. Toca el botón [Sigte] y observa que se muestran los límites inferior y superior del intervalo de confianza, junto con la media muestral, la cuasidesviación típica y el tamaño de la muestra.



- El peso medio de una muestra de 100 recién nacidos es 3200 g. Sabiendo que la desviación típica de los pesos de la población de recién nacidos es 150 gramos, halla el intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de significación de 0,05. Utiliza para ello un programa de nombre conf2 con los comandos OneSampleZInt 0.95, 150, 3200, 100 y DispStat. Vuelve a hacer el problema usando el segundo procedimiento.

- El comando OneSampleTInt (situado en el teclado virtual [cat]) calcula el intervalo de confianza para la media poblacional cuando se desconoce la desviación típica de la población y el tamaño de la muestra es pequeño. Para ello utiliza las fórmulas: $\left(\bar{x} - t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} \right)$, siendo α el nivel de significación y $1-\alpha$ el nivel de confianza.
- Si se conoce la lista de datos, la sintaxis del comando es: **OneSampleTInt 1- α , List, Frec**, siendo α el nivel de significación, List el nombre de la lista de datos, Frec la lista que contiene las frecuencias de los datos.

- Si se conocen los parámetros estadísticos de la muestra, la sintaxis del comando es la siguiente: **OneSampleTInt** $1-\alpha$, \bar{x} , $x\sigma_{n-1}$, n , siendo α el nivel de significación, $x\sigma_{n-1}$ la desviación típica muestral, \bar{x} la media y n el tamaño de la muestra.

• **El gasto semanal de fotocopias, en céntimos de euro, para una muestra de 9 estudiantes es: 100, 150, 90, 70, 75, 105, 200, 120, 80. Halla un intervalo de confianza al 95% para la media de gasto semanal en fotocopias por estudiante. Sigue los siguientes pasos:**

- **Primer procedimiento**

- 1) En el editor de listas de la aplicación Estadística, introduce en la lista list1 los gastos en fotocopias.
- 2) En el editor de programas de la aplicación Programas, selecciona el comando Edit / Archivo nuevo. En la siguiente ventana introduce como nombre del archivo conf5 y toca el botón [Acep.].
- 3) En la siguiente ventana, toca el botón del teclado virtual [cat] y selecciona Todo en la lista desplegable Forma. En el catálogo de comandos selecciona OneSampleTInt y toca el botón [INTRO] para introducir dicha función en la ventana de edición del programa. Con ayuda del teclado virtual [math] completa el comando OneSampleTInt 0.95, list1, 1. Toca el botón [Ejec.]. En la siguiente línea del programa selecciona el comando E/S / Visualización / DispStat.

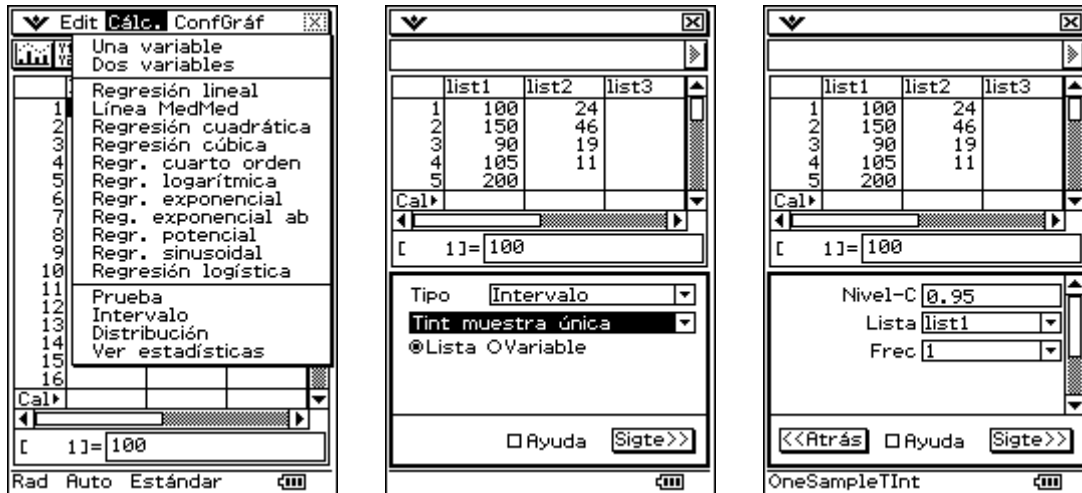


- 4) Selecciona el comando Edit / Guardar archivo. A continuación selecciona el comando /Cargador programa. En la lista desplegable Carpeta selecciona la carpeta donde está guardado el programa, en nuestro caso, la carpeta principal main. En la lista desplegable Nombre selecciona el nombre del programa, conf5. Haz clic en el botón [▶] o selecciona el comando Ejecutar / Ejecutar programa. Aparece una pantalla con el resultado del cálculo estadístico. En ella se indica que el intervalo de confianza del 95% es (77.79, 142.21). También se indica la media muestral, la cuasidesviación típica y el tamaño de la muestra.

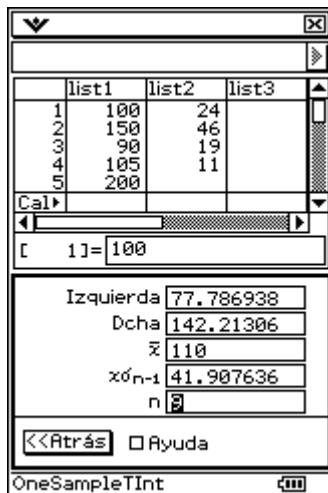


- Segundo procedimiento

- 1) En el editor de listas de la aplicación Estadística, introduce en la lista list1 los gastos en fotocopias. A continuación selecciona el comando Calc / Intervalo y en la lista desplegable selecciona la opción Tint muestra única y la opción Lista. Toca el botón [Sigte].



- 2) En la siguiente ventana introduce 0.95 como nivel de confianza y toca el botón [Sigte]. En la siguiente pantalla se muestran los extremos inferior y superior del intervalo de confianza, junto con la media muestral, la cuasidesviación típica y el tamaño de la muestra. Observa que el intervalo de confianza es (77.79, 142.21).



• En una prueba de 100 metros participa una muestra de 10 atletas con un tiempo medio de 11 segundos y una desviación típica muestral de 1.1547 segundos. Halla un intervalo de confianza para la media de tiempos en dicha prueba con un nivel de confianza del 95%. Utiliza para ello un programa de nombre conf6 con los comandos OneSampleTInt 0.95, 11, 1.1547, 10 y DispStat. Hazlo también usando el segundo procedimiento.

- Intervalo de confianza para la proporción

- El comando OnePropZInt (situado en el teclado virtual [cat]) calcula el intervalo de confianza para la proporción de éxitos en una población. Para ello utiliza las fórmulas:

$$\left(\frac{x}{n} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \frac{x}{n} \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)}, \frac{x}{n} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \frac{x}{n} \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)} \right)$$
, siendo α el nivel de significación y $1-\alpha$ el nivel de confianza, x el dato y n el tamaño de la muestra.

- La sintaxis del comando es: **OnePropZInt 1- α , x, n**, siendo α el nivel de significación, x el dato y n el tamaño de la muestra.

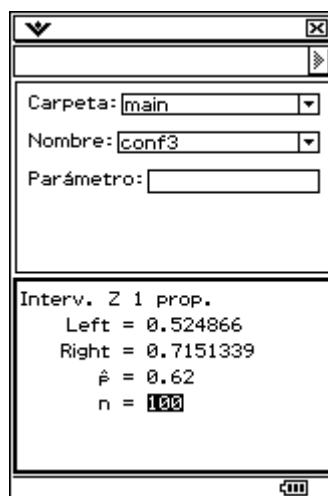
- **Se ha lanzado 100 veces una moneda obteniéndose 62 caras. Halla un intervalo de confianza para la proporción de caras, con un nivel de confianza del 95%. Sigue los siguientes pasos:**

- **Primer procedimiento**

- 1) En el editor de programas de la aplicación Programas, selecciona el comando Edit / Archivo nuevo. En la siguiente ventana introduce como nombre del archivo conf3 y toca el botón [Acep.].
- 2) En la siguiente ventana, toca el botón del teclado virtual [cat] y selecciona Todo en la lista desplegable Forma. En el catálogo de comandos selecciona OnePropZInt y toca el botón [INTRO] para introducir dicha función en la ventana de edición del programa. Con ayuda del teclado virtual [math] completa el comando OnePropZInt 0.95, 62, 100. Toca el botón [Ejec.]. En la siguiente línea del programa selecciona el comando E/S / Visualización / DispStat.

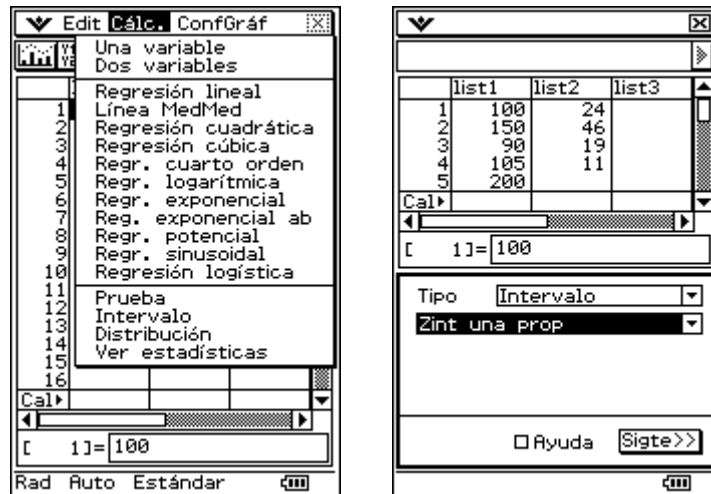


- 3) Selecciona el comando Edit / Guardar archivo. A continuación selecciona el comando /Cargador programa. En la lista desplegable Carpeta selecciona la carpeta donde está guardado el programa, en nuestro caso, la carpeta principal main. En la lista desplegable Nombre selecciona el nombre del programa, conf3. Haz clic en el botón [▶] o selecciona el comando Ejecutar / Ejecutar programa. Aparece una pantalla con el resultado del cálculo estadístico. En ella se indica que el intervalo de confianza del 95% es (0.525, 0.715). Se indica también la proporción muestral y el tamaño de la muestra.

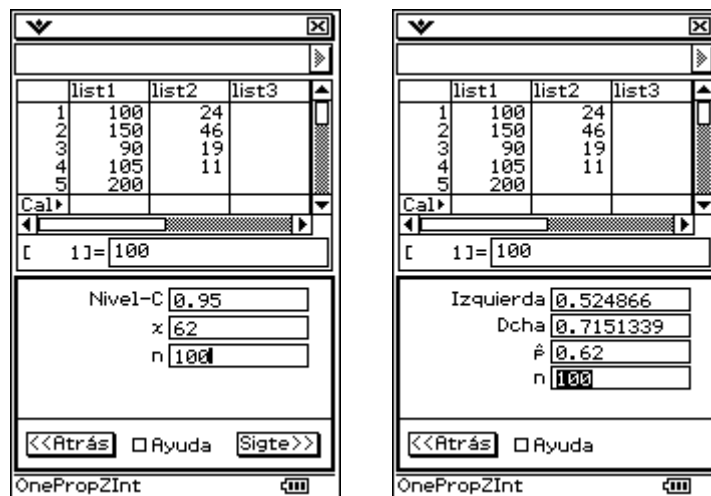


- **Segundo procedimiento**

- 1) En la aplicación Estadística, selecciona el comando Calc / Intervalo. En la lista desplegable, selecciona la opción Zint una prop y toca el botón [Sigte].



- 2) En la siguiente ventana introduce 0.95 como nivel de confianza, x=62 como número de casos y n=100 como tamaño de la muestra. Toca el botón [Sigte.] y observa que en la siguiente pantalla se muestran los extremos inferior y superior del intervalo de confianza, junto con la proporción muestral y el tamaño de la muestra. Comprueba que el intervalo de confianza es (0.525, 0.715).



- Tomando una muestra de 300 personas en una gran ciudad, se encontró que 104 de ellas leían el periódico regularmente. Halla, con un nivel de confianza del 90% un intervalo de confianza para la proporción de lectores de periódicos. Utiliza un programa conf4 con los comandos OnePropZInt 0.90, 104, 300 y DispStat. Utiliza también el segundo procedimiento de los descritos anteriormente.

2. TESTS DE HIPÓTESIS

- **Contraste de una media**

- El comando OneSampleZTest (situado en el teclado virtual [cat]) contrasta una hipótesis relativa a una media poblacional cuando la desviación típica de la población es conocida. Para una distribución normal se utiliza el estadístico: $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$, siendo \bar{x} la media de los datos de la muestra, μ_0 la media poblacional supuesta, σ la desviación típica de la población y n el tamaño de la muestra.

- Si se conoce la lista de datos, la sintaxis del comando es: **OneSampleZTest “condición”, μ_0 , σ , List, Frec**, siendo List y Frec los nombres de las listas que contienen los datos y las frecuencias y siendo:

$$\text{Condición} = \begin{cases} \neq, & \text{si la prueba es de dos colas} \\ <, & \text{si la prueba es de cola inferior} \\ >, & \text{si la prueba es de cola superior} \end{cases}$$


- Si se conocen los parámetros estadísticos de la muestra, la sintaxis del comando es la siguiente: **OneSampleZTest “condición”, μ_0 , σ , \bar{x} , n**, siendo σ la desviación típica poblacional, \bar{x} la media y n el tamaño de la muestra.

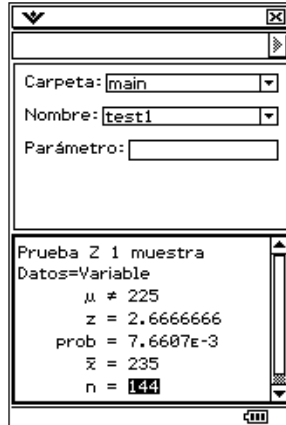
- **El nivel de colesterol (en mg/dl) para una muestra de 144 personas mayores de 60 años tiene una media de 235, con una desviación típica de 45. ¿Se puede admitir que la media de colesterol de la población de mayores de 60 años es de 225, con un nivel de confianza del 95%?. Sigue estos pasos:**

- **Primer procedimiento**

- 1) En el editor de programas de la aplicación Programas, selecciona el comando Edit / Archivo nuevo. En la siguiente ventana introduce como nombre del archivo test1 y toca el botón [Acep.].
- 2) En la siguiente ventana, toca el botón del teclado virtual [cat] y selecciona Todo en la lista desplegable Forma. En el catálogo de comandos selecciona OneSampleZTest y toca el botón [INTRO] para introducir dicha función en la ventana de edición del programa. Con ayuda del teclado virtual [math] completa el comando OneSampleZTest “ \neq ”, 225, 45, 235, 144. Toca el botón [Ejec.]. En la siguiente línea del programa selecciona el comando E/S / Visualización / DispStat.

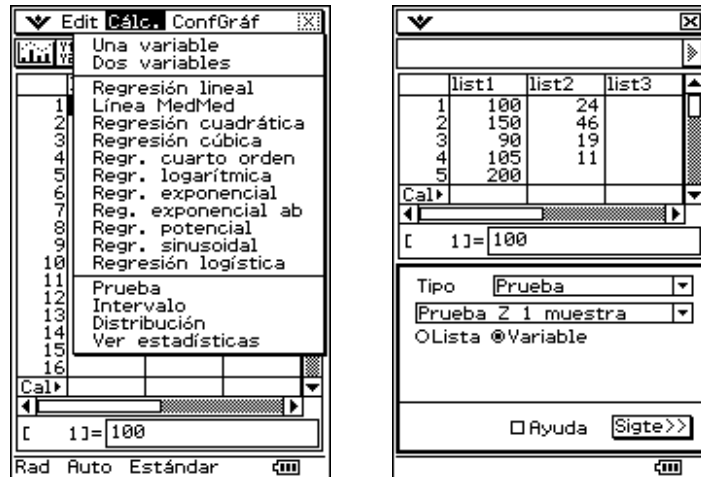



- 3) Selecciona el comando Edit / Guardar archivo. A continuación selecciona el comando  /Cargador programa. En la lista desplegable Carpeta selecciona la carpeta donde está guardado el programa, en nuestro caso, la carpeta principal main. En la lista desplegable Nombre selecciona el nombre del programa, test1. Haz clic en el botón [▶] o selecciona el comando Ejecutar / Ejecutar programa. Aparece una pantalla con el resultado del cálculo estadístico. Como el p-valor, $p=7.6 \times 10^{-3}$ es pequeño, podemos rechazar, con un nivel de significación del 5%, la hipótesis nula de que la media de colesterol es de 225 mg/dl.

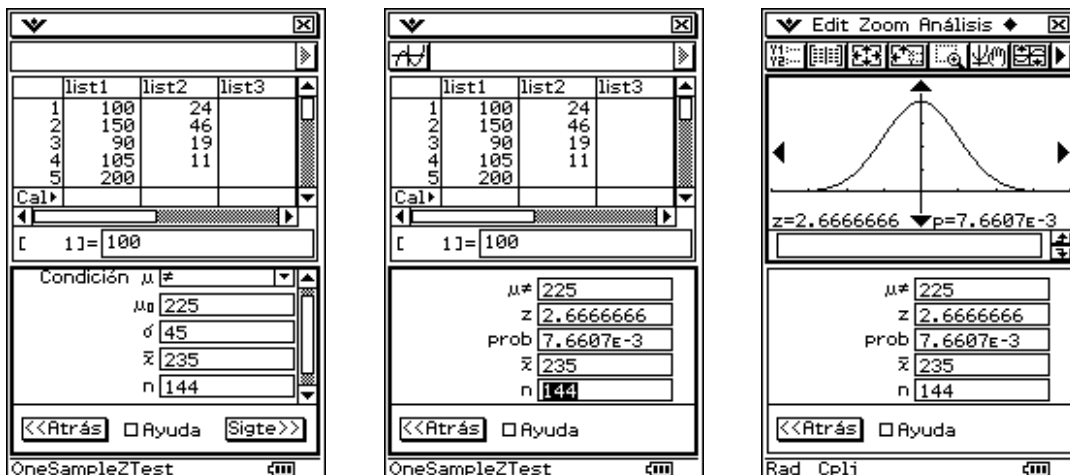


• Segundo procedimiento

- 1) En la aplicación Estadística, selecciona el comando Calc / Prueba. En la lista desplegable, selecciona la opción Prueba Z 1 muestra y elige la opción Variable. Toca el botón [Sigte].



- 2) En la siguiente ventana introduce \neq como condición, 225 como μ_0 , 45 como desviación típica, 235 como media muestral y el tamaño de la muestra. Toca el botón [Sigte.] y observa que en la siguiente pantalla se muestra el estadístico del test $z=2.66666$, junto con el p-valor, $\text{prob}=7.660 \times 10^{-3}=0.00766$ y el tamaño de la muestra. Como el p-valor es pequeño (inferior a 0.05, quiere decir que es muy poco probable que, suponiendo cierta la hipótesis nula, se cumpla lo observado en la muestra. Por tanto, hay que rechazar la hipótesis nula; es decir, la media de colesterol no es 225 mg/dl. Al tocar el botón  aparece el gráfico con el estadístico y el p-valor.



- El peso de los adultos de la población valenciana se distribuye normalmente con media 65 kg y desviación típica 12 kg. Se elige una muestra, al azar, de 200 individuos, resultando un peso medio de 70 kg. Para un nivel de significación $\alpha=0.05$, ¿puede decirse que los valencianos pesan más que antes?. Utiliza un programa de nombre test3 con los comandos OneSampleZTest ">", 65, 12, 70, 200 y DispStat. Utiliza también el segundo procedimiento.

- El comando OneSampleTTest (situado en el teclado virtual [cat]) contrasta una hipótesis relativa a una media poblacional cuando la desviación típica de la población es desconocida y la muestra es pequeña.

Para una distribución t se utiliza el estadístico: $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{x\sigma_{n-1}/\sqrt{n}}$, siendo \bar{x} la media de los datos de la

muestra, μ_0 la media poblacional supuesta, $x\sigma_{n-1}$ la desviación típica de la muestra y n el tamaño de la muestra.

- Si se conoce la lista de datos, la sintaxis del comando es: **OneSampleTTest "condición", μ_0 , List, Frec**, siendo List y Frec los nombres de las listas que contienen los datos y las frecuencias y siendo:

$$\text{Condición} = \begin{cases} \neq, & \text{si la prueba es de dos colas} \\ <, & \text{si la prueba es de cola inferior} \\ >, & \text{si la prueba es de cola superior} \end{cases}$$


- Si se conocen los parámetros estadísticos de la muestra, la sintaxis del comando es la siguiente: **OneSampleTTest "condición", μ_0 , \bar{x} , $x\sigma_{n-1}$, n**, siendo $x\sigma_{n-1}$ la desviación típica muestral, \bar{x} la media y n el tamaño de la muestra.

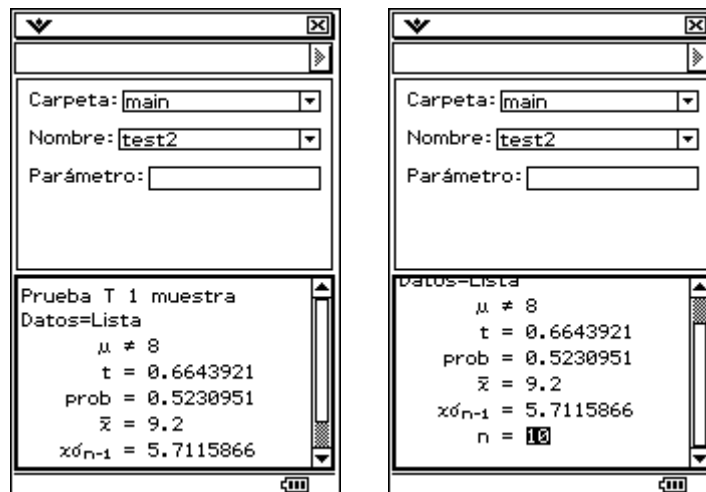
- Según un estudio, el número medio de novelas leídas cada curso por los universitarios españoles es de 8. Se toma una muestra de diez estudiantes obteniéndose los datos siguientes de novelas leídas en el último curso: 14, 10, 5, 11, 0, 4, 7, 8, 13, 20. ¿Podemos admitir que ese valor medio es válido para la población de estudiantes muestreada?. Sigue los siguientes pasos:**

- Primer procedimiento**

- En el editor de listas de la aplicación Estadística, introduce los datos en la lista list1.
- En el editor de programas de la aplicación Programas, selecciona el comando Edit / Archivo nuevo. En la siguiente ventana introduce como nombre del archivo test2 y toca el botón [Acep.].
- En la siguiente ventana, toca el botón del teclado virtual [cat] y selecciona Todo en la lista desplegable Forma. En el catálogo de comandos selecciona OneSampleTTest y toca el botón [INTRO] para introducir dicha función en la ventana de edición del programa. Con ayuda del teclado virtual [math] completa el comando OneSampleTTest " \neq ", 8, list1, 1. Toca el botón [Ejec.]. En la siguiente línea del programa selecciona el comando E/S / Visualización / DispStat.

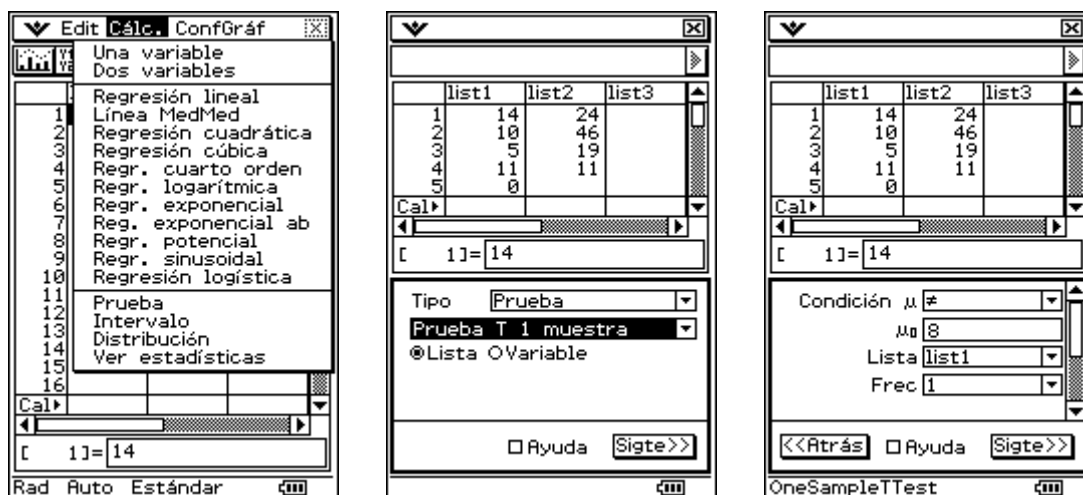



- 4) Selecciona el comando Edit / Guardar archivo. A continuación selecciona el comando  /Cargador programa. En la lista desplegable Carpeta selecciona la carpeta donde está guardado el programa, en nuestro caso, la carpeta principal main. En la lista desplegable Nombre selecciona el nombre del programa, test2. Haz clic en el botón [▶] o selecciona el comando Ejecutar / Ejecutar programa. Aparece una pantalla con el resultado del cálculo estadístico. Como el p–valor, $p=0.5230951$, es mayor que el nivel de significación, no rechazamos la hipótesis nula de que la media sea 8.

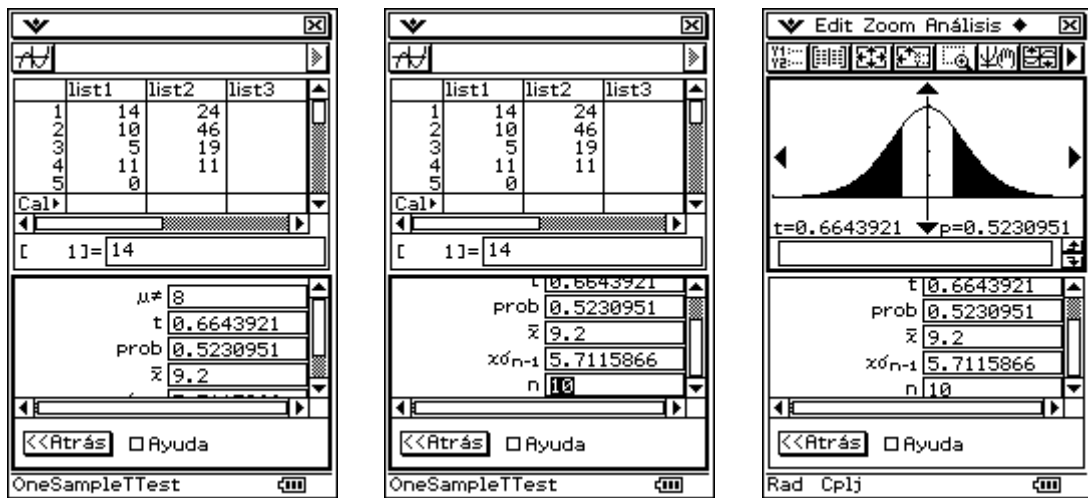


• Segundo procedimiento

- 1) En el editor de listas de la aplicación Estadística, introduce los datos en la lista list1. A continuación, selecciona el comando Calc / Prueba y, en la lista desplegable selecciona Prueba T 1 muestra y elige la opción Lista. Toca el botón [Sigte].



- 2) En la siguiente ventana introduce \neq como condición, 8 como μ_0 , list1 como Lista y 1 como Frec. Toca el botón [Sigte] y observa que en la siguiente pantalla se muestra el estadístico del test, el p–valor, la media muestral, la cuasidesviación típica y el tamaño de la muestra. Como el p–valor es $\text{prob}=0.5230951 > 0.05$, no se puede rechazar la hipótesis nula. Es decir, la media de la población sigue siendo de 8 novelas. Al tocar el botón  aparece el gráfico con el estadístico y el p–valor.



- Un fabricante indica en el envoltorio que el género que contiene pesa 250 g. Se toma una muestra de 30 paquetes obteniendo un peso medio de 195 g, con una desviación típica de 10 g. ¿Hay evidencia de que por término medio los paquetes contienen menos género que lo indicado en la etiqueta?. Utiliza un programa de nombre test4 con los comandos OneSampleTTest "<", 250, 195, 10, 30 y DispStat. Utiliza también el segundo procedimiento.

- **Contraste de una proporción**

- El comando OnePropZTest (situado en el teclado virtual [cat]) contrasta si el número de éxitos alcanza un proporción fija. Para una distribución normal se utiliza el estadístico: $Z = \frac{\frac{x}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot (1 - p_0)}{n}}}$, siendo p_0 la proporción esperada de la población y n el tamaño de la muestra.


- La sintaxis del comando es: OnePropZTest "cond", p_0 , x , n , siendo cond = {≠, <, >}, p_0 la proporción esperada en la población (entre 0 y 1), x el número de éxitos obtenidos en la muestra, n el tamaño de la muestra.

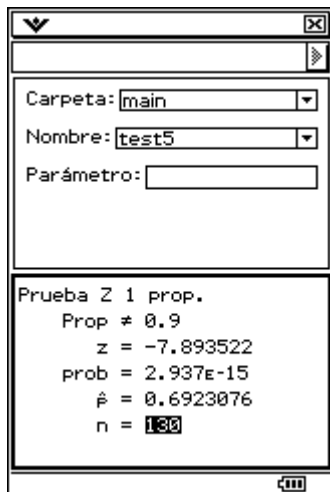
- **Un medicamento es anunciado como eficaz al 90 por 100 para reducir las alergias en un período de 6 horas. Un hospital decide comprobarlo y suministra el medicamento a 130 pacientes obteniendo éxito en 90 de ellos. ¿Es cierta la eficacia que se afirma en el anuncio?. Sigue los siguientes pasos:**

- **Primer procedimiento**

- 1) En el editor de programas de la aplicación Programas, selecciona el comando Edit / Archivo nuevo. En la siguiente ventana introduce como nombre del archivo test5 y toca el botón [Acep.].
- 2) En la siguiente ventana, toca el botón del teclado virtual [cat] y selecciona Todo en la lista desplegable Forma. En el catálogo de comandos selecciona OnePropZTest y toca el botón [INTRO] para introducir dicha función en la ventana de edición del programa. Con ayuda del teclado virtual [math] completa el comando OnePropZTest "≠", 0.90, 90, 130. Toca el botón [Ejec.]. En la siguiente línea del programa selecciona el comando E/S / Visualización / DispStat.



- 3) Selecciona el comando Edit / Guardar archivo. A continuación selecciona el comando  /Cargador programa. En la lista desplegable Carpeta selecciona la carpeta donde está guardado el programa, en nuestro caso, la carpeta principal main. En la lista desplegable Nombre selecciona el nombre del programa, test5. Haz clic en el botón [>] o selecciona el comando Ejecutar / Ejecutar programa. Aparece una pantalla con el resultado del cálculo estadístico. Como el p-valor es menor que el nivel de significación, rechazamos la hipótesis nula de que la eficacia del medicamento sea la anunciada.

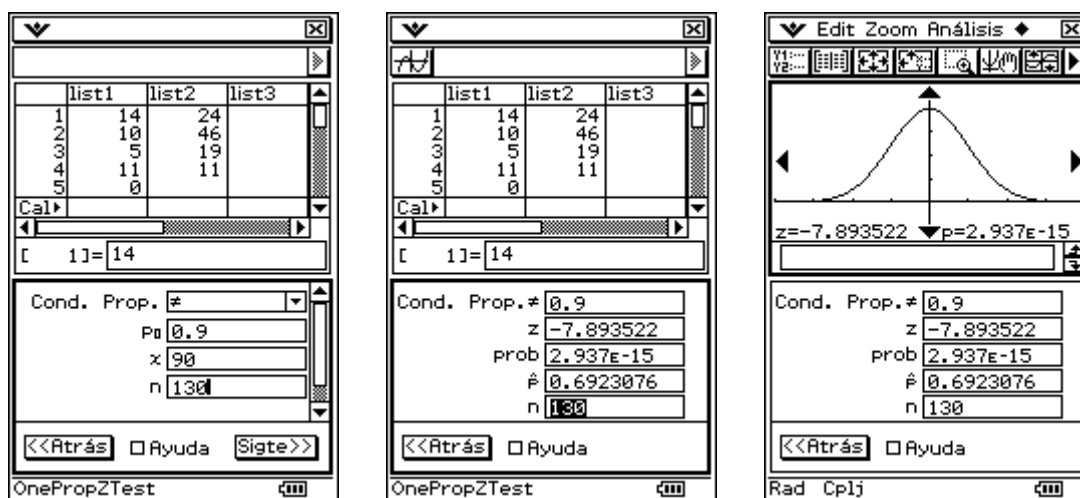



- **Segundo procedimiento**

- 1) En la aplicación Estadística, selecciona el comando Calc / Prueba y en la lista desplegable selecciona Prueba Z 1 prop y elige la opción Variable. Toca el botón [Sigte].



- 2) En la siguiente ventana introduce \neq como condición, 0.9 como p_0 , 90 como x y 130 como n . Toca el botón [Sigte] y observa que en la siguiente pantalla se muestra el estadístico del test, el p-valor, la proporción muestral y el tamaño de la muestra. Como el p-valor es $\text{prob}=2.937 \times 10^{-15} < 0.05$, se rechaza la hipótesis nula de que la eficacia del medicamento sea la anunciada.



- 3) Al tocar el botón  se muestra en pantalla el gráfico con el estadístico del test y el p-valor.

- Una asociación ecologista se opone a la construcción de una presa aduciendo que la mayor parte de los habitantes de la zona se oponen también a su construcción. Para comprobar tal opinión, se realiza un estudio preguntando a 400 ciudadanos. De ellos, están en contra de la presa 220. Para un nivel de confianza del 95%, ¿puede asegurarse que la mayoría de los habitantes de la zona se oponen a la construcción de la presa?. Utiliza un programa de nombre test6 con los comandos OnePropZTest ">", 0.50, 220, 400 y DispStat. Utiliza también el segundo procedimiento.

- De cara a las próximas elecciones, se ha realizado una encuesta en una localidad de 10000 habitantes y, de una muestra de 500 personas, 320 han declarado que piensan votar al partido A. ¿Se puede afirmar que el porcentaje de votantes del partido A en esa población superará al 50%, con un nivel de significación del 5%?. Utiliza un programa de nombre test7 con los comandos OnePropZTest ">", 0.50, 320, 500 y DispStat. Utiliza también el segundo procedimiento.

- Queremos decidir si una moneda está bien construida (no está sesgada). Para ello, la lanzamos 1000 veces, obteniendo 350 caras. Con un nivel de significación del 5%, ¿podemos afirmar que la moneda es correcta?. Utiliza un programa de nombre test8 con los comandos OnePropZTest " \neq ", 0.50, 350, 1000 y DispStat. Utiliza también el segundo procedimiento.

2. Muestras aleatorias y simulación con la ClassPad 330

También con la ClassPad 330 es posible seleccionar una muestra aleatoria o efectuar una simulación. Para ello, la calculadora dispone de la función rand(con la que se generan números aleatorios entre 0 y 1. También dispone de la función randList(que genera una lista de números aleatorios; su sintaxis es: randList(n,a,b), siendo n=tamaño de la lista, a=inicio y b=fin. Estas funciones se encuentran en el teclado virtual [cat]. Las siguientes actividades pueden hacerse usando dichas funciones:

- 1) Utiliza la función Rand(de la ClassPad 330 para confeccionar una apuesta de la lotería primitiva, en la que se señalan 6 números de 49. Para ello, forma parejas de dígitos comprendidos entre 01 y 49. La apuesta estaría formada por los elementos de esta lista, siempre que no hayan repeticiones.

- 2) En una escuela hay 743 estudiantes. Se debe elegir 20 alumnos al azar. Explica el procedimiento más adecuado para efectuar la selección y utiliza la función rand(o la función randlist(de la ClassPad 330 para generar la lista de estudiantes a seleccionar.
- 3) De una población de 1800 individuos queremos extraer una muestra cuyo tamaño sea el 1,5 % del tamaño de la población. Halla el tamaño de la muestra y explica el procedimiento de selección usando la función rand(o la función randlist(de la ClassPad 330.
- 4) Una ruleta está dividida en 37 sectores iguales. Considera tres sectores de tal ruleta: El A, que incluye los sectores numerados del 1 al 21; el B, los numerados del 22 al 35; el C, los numerados 0 y 36. Si el resultado del juego es un número del sector A, pagas 50 cents; si es del B, ganas 50 y si el del C, ganas 150. ¿Te conviene jugar?. ¿Cuánto esperas ganar o perder en 60 jugadas?. Resuelve el problema por simulación con la calculadora ClassPad 330 y también teóricamente.

• **Simulación con la ClassPad 330**

Con la calculadora podemos realizar simulaciones, lo que permite ahorrar tiempo y facilita el análisis de los resultados. Se pueden abordar así problemas prácticos, cuyos modelos probabilísticos teóricos son realmente complicados. Veamos un ejemplo.

Diez cazadores están dispuestos a cazar patos delante de unas rocas sobre las que se posan diez patos. Cada cazador sólo puede hacer un disparo y no puede saber a qué patos disparan los otros. Disparan todos al mismo tiempo, eligiendo cada uno su víctima al azar. Si se repite a menudo esta experiencia, ¿cuántos patos sobrevivirán por término medio?.

Para efectuar la simulación basta usar la función randlist(de la ClassPad 330. Desde la aplicación Principal, en el menú virtual [cat], elegimos la función randlist(y completamos el siguiente comando: randlist(10,0,9). De esta forma se genera una lista de 10 dígitos aleatorios comprendidos entre 0 y 9. El 0 hace el papel de 10. Cada uno de los dígitos indica el resultado de los diez disparos de los cazadores. Las cifras que no están en cada uno de los números representan a los patos supervivientes.

Simularemos 20 veces la caza de patos y determinaremos el número medio de patos supervivientes.

Utilizamos la función randlist(de la calculadora repetidas veces y obtenemos los siguientes resultados:

Patos cazados	Patos supervivientes	Nº de patos supervivientes
5939158030	2, 4, 6, 7	4
5209882718	3, 4, 6	3
8702482848	1, 3, 5, 6, 7	5
0419096574	2, 3, 7, 8	4
9046429065	1, 3, 7, 8	4
9956776364	0, 1, 2, 8	4
7720404615	3, 8, 9	3
2706296621	3, 4, 5, 8	4
4391801896	2, 5, 7	3
8399151141	0, 2, 6, 7	4
1036397518	2, 4	2
5140025670	3, 8, 9	3
9834261891	0, 5, 7	3
2710137855	4, 6, 9	3
0623533316	4, 7, 8, 9	4
8685919558	0, 2, 3, 4, 7	5
6443216706	5, 8, 9	3
9961259798	0, 3, 4	3
3280367708	1, 4, 5, 9	4
1529728612	0, 3, 4	3

Podemos construir la siguiente tabla de frecuencias:

Nº de patos supervivientes	2	3	4	5
Frecuencia	1	9	8	2

de donde obtenemos un número medio de patos supervivientes de 3'55.

3. Actividades

- 1) Se ha medido la longitud de 13 plantas de una especie de soja, obteniendo los siguientes resultados:

20,2	22,9	23,3	20,0	19,4	22,0	22,1	22,0	21,9	21,5	19,7	21,5	20,9
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Halla un intervalo de confianza para la longitud media de esta especie de plantas, con un nivel de significación del 5%.

- 2) Una muestra aleatoria de 100 alumnos que se presenta a las pruebas de Selectividad, revela que la media de edad es de 18,1 años. Halla un intervalo de confianza de 90% para la edad media de todos los estudiantes que se presentan a las pruebas, sabiendo que la desviación típica de la población es de 0,4.
- 3) En un sondeo electoral realizado a 273 personas de una población, se manifestaron 82 personas favorables a un determinado partido político. ¿Cuál es el intervalo de confianza del 95% para la proporción de la población total que votará a dicho partido?.
- 4) Los gastos mensuales de las familias de un municipio se distribuyen normalmente. Si seleccionamos a 30 familias al azar y obtenemos como media 1500 euros de gastos y desviación típica 300 euros, halla un intervalo de confianza para la media de los gastos mensuales de las familias del municipio, con un nivel de confianza del 90%.
- 5) Se desea hacer un estudio de mercado para conocer el precio medio de los libros científicos. Para ello, se elige una muestra aleatoria formada por 34 libros y se determina que la media muestral es de 34,9 euros con una desviación típica de 4,5 euros. Halla el intervalo de confianza para el precio medio de los libros científicos con un nivel de confianza del 99%.
- 1) Cuando se introdujo hace varios años una determinada política, el 67% de la gente votó a favor. Se piensa que actualmente hay un porcentaje mayor de votantes que está a favor de la misma política. Una muestra aleatoria de 265 votantes proporciona un porcentaje de 73,2 individuos que están de acuerdo con dicha política. A partir de los datos de la muestra, ¿podemos admitir como válida nuestra suposición, con un nivel de confianza del 95%? ¿Y con un nivel de confianza del 99%?.
- 2) Hace 10 años, el 52% de los ciudadanos estaban en contra de una ley. Recientemente, se ha elaborado una encuesta a 400 personas y 184 se mostraron contrarios a la ley. Con estos datos y con un nivel de significación del 0,01, ¿podemos afirmar que la proporción de contrarios a la ley ha disminuido?.
- 3) Un experto, basado en los anteriores comicios, sostiene que si se celebran elecciones generales en este momento tan solo acudiría a votar el 48% de la población. No obstante, en un sondeo electoral realizado recientemente entre 1500 personas, 800 tienen intención de votar. ¿Supone esto, con un nivel de confianza del 99%, que el experto se equivoca y la intención de voto es mayor?.
- 4) Hace algunos años, la media de estatura de los valencianos adultos era de 170 cm, con desviación típica $\sigma=9$ cm. Pasado el tiempo, un muestreo realizado a 36 adultos da una media de 172 cm. ¿Podemos afirmar, con una confianza del 90% que la estatura de los valencianos ha cambiado?.

- 5) Se sabe, por trabajos realizados por expertos, que la velocidad lectora media de los niños de 6 años es de 40 palabras por minuto, siendo la desviación típica de 12. Hemos tomado una muestra aleatoria de 49 niños de 6 años y les hemos medido su velocidad lectora, resultando una media de 42 palabras por minuto. ¿Podemos afirmar que nuestra media es compatible con la de los expertos a un nivel de confianza del 99%?
- 6) Se sabe que el peso de los recién nacidos en una determinada población sigue una distribución normal de media 3600 g y desviación típica 280 g. Se toma una muestra al azar de 196 de estos recién nacidos y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que esta media esté entre 3580 g y 3620 g?
- 7) En una prueba atlética de velocidad celebrada el año pasado se obtuvo una marca media de 72 segundos y una desviación típica de 2 segundos. Recientemente se ha efectuado una modificación en la prueba. Para determinar el efecto de este cambio, se sometieron a prueba a diez atletas obteniéndose los siguientes tiempos:

76,2	78,3	76,4	74,7	72,6	78,4	75,7	70,2	73,3	74,2
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Suponiendo que la desviación típica es la misma que antes de la modificación:

- a) ¿Podemos concluir que ha cambiado el rendimiento medio de los atletas en esa prueba?
- b) ¿Podemos considerar que el rendimiento de los atletas ha aumentado?
- c) Si sabemos que la desviación típica no es la misma que antes de la modificación, ¿cuáles serían entonces las respuestas a los apartados (a) y (b)?
- 8) En una muestra de 400 personas de una población hay 80 que tienen teléfono móvil. Calcula el intervalo de confianza aproximado para la proporción poblacional para un nivel de confianza del 95%.
- 9) Un laboratorio farmacéutico afirma que el número de horas que un medicamento de fabricación propia tarda en curar una determinada enfermedad sigue una variable normal con desviación típica igual a 8. Se trata un muestra de 100 enfermos a los que se les suministra el medicamento y se observa que la media de horas que tardan en curarse es igual a 32.
- a) Encuentra un intervalo de confianza, con un nivel de significación del 99% para la media del número de horas que tarda en curar el medicamento.
- b) Si el nivel de significación es igual a 0,05, ¿cuál es el tamaño de la muestra que habría que considerar para estimar el valor de la media con un error menor de 3 horas?
- 10) Se sabe que 2 de cada 8 habitantes de una ciudad utiliza el transporte público para ir a su trabajo. Se hace una encuesta a 140 de esos ciudadanos.
- a) Halla el número esperado de ciudadanos que no van a su trabajo en transporte público.
- b) Halla la probabilidad de que el número de ciudadanos que van al trabajo en transporte público esté entre 30 y 45.

- 11) En una muestra de 600 personas de una ciudad se observa que 30 son inmigrantes.
- Halla un intervalo de confianza de nivel 0,95 para el porcentaje de inmigrantes en la ciudad.
 - Si se quiere estimar el porcentaje de inmigrantes con un error máximo de 0,02, ¿cuál es el tamaño de la muestra que habría que considerar si se usa un nivel de significación del 1%?
- 12) El equipo directivo afirma que la media del recorrido que hacen los alumnos que asisten a un centro de bachillerato es, a lo sumo, igual a 2,5 km con una desviación típica igual a 0,5 km. Se toma una muestra de 81 alumnos y se obtiene para ellos un recorrido medio de 2,6 km.
- ¿Se puede aceptar con un nivel de significación igual a 0,05 la afirmación del equipo directivo?
 - ¿La respuesta del apartado anterior es la misma si el nivel de confianza es del 99%?
- 13) Cuando una máquina funciona correctamente, produce piezas cuya longitud sigue una ley normal de media 12 cm y desviación típica 1 cm. El encargado del control de calidad ha tomado una muestra de 25 piezas obteniendo una media de 11,5 cm.
- Contrasta la hipótesis de que la máquina está funcionando correctamente, con un nivel de significación igual a 0,05.
 - Calcula el intervalo de confianza al nivel de 95% para la longitud media de las piezas que está produciendo la máquina.
- 14) La duración de las llamadas de teléfono, en una oficina comercial, sigue una distribución normal con desviación típica 10 segundos. Se hace una encuesta entre 50 llamadas y la media de duración obtenida en esa muestra es 35 segundos. Calcula un intervalo de confianza al 99% para la duración media de las llamadas.
- 15) Preguntadas 100 personas de cierta ciudad, elegidas al azar, si leen el periódico al menos una vez a la semana, solo 40 han contestado que sí. Halla un intervalo de confianza, con nivel de confianza del 99%, para la proporción de personas de esa ciudad que leen el periódico al menos una vez a la semana.
- 16) Al lanzar 5000 veces una moneda al aire salieron 3000 caras. ¿Se puede aceptar, con un nivel de significación del 0,05 que la moneda no está trucada?
- 17) Con el fin de estimar la edad media de los habitantes de una gran ciudad, se tomó una muestra aleatoria de 300 habitantes, que arrojó una edad media de 35 años y una desviación típica de 7 años.
- Halla el intervalo del 95% de confianza en el que se encontrará la edad media de la población.
 - ¿Qué nivel de confianza se debería usar para que el intervalo fuera $35 \pm 0,44$?
- 18) Usando el generador de números aleatorios de la calculadora FX-82 ES, selecciona al azar cinco estudiantes de tu clase.
- 19) Una factoría de chocolate produce 5000 piezas de chocolate diarias. La división de control de calidad decide seleccionar al azar 50 piezas (el 1%) de chocolate para su inspección de calidad diaria (antes de analizar los datos estadísticamente). El inspector de calidad ha numerado las piezas de chocolate de acuerdo con su orden de producción, es decir, la primera pieza de chocolate producida en el día tiene el número 1, la segunda el número 2 y así sucesivamente. Usa la función [Ran#] de la calculadora para seleccionar 50 piezas de las 5000.

20) Supongamos que la población de estudiantes de tu instituto puede ser descrita como sigue:

Estudiantes chicos	Estudiantes chicas
45%	55%

Usa muestreo estratificado para elegir una muestra aleatoria de 40 estudiantes.

21) Suponiendo que la población de estudiantes de un instituto es 1750 y la composición chicos–chicas es como se describe a continuación

Estudiantes chicos	Estudiantes chicas
38%	62%

Usa la hoja de cálculo para seleccionar una muestra estratificada de 50 estudiantes para medir la preferencia de los estudiantes entre chocolate con almendras y chocolate con leche. Diseña una hoja de cálculo para registrar las respuestas.

22) Un examen a 49 fumadores muestra que su gasto medio en cigarrillos es \$20 por semana con una desviación típica de \$5. Usando un nivel de confianza de 0.95, ¿cuál es el gasto individual en cigarrillos por semana?

23) Supongamos que se selecciona una muestra aleatoria de 64 dulces y la media de masa de estos dulces es de 0.932 gramos y el valor de la desviación típica s es 0,1 gramos. Halla el intervalo de confianza del 95% para la media de masa de la población.

24) Supongamos que una compañía que produce dulces necesita hallar la media de masa de los dulces que produce para poder imprimir este dato en la envoltura. Como la factoría produce 10000 piezas de dulces por día, elegir una muestra aleatoria es la aproximación más factible. Su jefe de marketing decide elegir una muestra aleatoria de 40 dulces para esta tarea. Usa la calculadora gráfica para:

- a) Seleccionar una muestra aleatoria de 40 piezas de dulces.
- b) Registrar la masa de cada dulce y calcular el resumen de parámetros estadísticos de los datos.
- c) Hallar el intervalo de confianza del 99% para la media de la población.

Después, discute con tus compañeros sobre la media de masa poblacional obtenida.

25) Un fabricante de teléfonos móviles anuncia que el 96% de sus teléfonos móviles (con un 5% de desviación típica) pueden funcionar regularmente tras caerse de una altura de 2 metros. Para demostrar esto, invita a los representantes de los comerciantes y selecciona al azar 100 nuevos teléfonos móviles de la línea de producción. Todos han sido lanzados de un armario de 2 metros de altura hasta el suelo. Cinco de ellos (es decir, el 5%) no funcionan después del lanzamiento. ¿Puede ser aceptado como correcto el anuncio del fabricante?

- a) Formula la hipótesis nula.
- b) ¿Es un test unilateral o bilateral?
- c) Indica los datos necesarios para calcular el estadístico z del test.

26) Una compañía anuncia que sus yogures bajos en calorías contienen, por término medio, a lo sumo 150 calorías por unidad. Una agencia de consumidores decide investigar si la afirmación de este anuncio es no cierta. Una muestra aleatoria de 10 yogures produce los siguientes datos de calorías.

147	159	153	146	144	161	163	153	143	158
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Con un nivel de significación del 2.5% investiga si la afirmación de la compañía es cierta. Suponemos que el número de calorías para cada yogur producido por esta compañía sigue aproximadamente una distribución normal.

- 27) Un estudio indica que los adultos en América dedican una media de 18 horas por semana a actividades de tiempo libre. Un investigador busca el test de este anuncio. Toma una muestra de 10 adultos y les pregunta sobre el tiempo que dedican por semana a actividades de tiempo libre. Sus respuestas (en horas) son las siguientes:

14	25	22	38	16	26	19	23	41	33
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Suponemos que el tiempo dedicado a actividades de tiempo libre por todos los adultos sigue una distribución normal. Usando el nivel de significación del 5%, ¿podemos concluir que el anuncio de este estudio es verdadero?

- 28) La estatura media de un equipo de hockey es 182 cm con una desviación típica de 4.1 cm; el peso medio es 77 kg con una desviación típica de 3.5 kg. Un equipo de hockey ha adquirido recientemente a 10 nuevos jugadores. Sus datos están en la siguiente tabla:

	A	B	C
1	Nombre	Altura	Peso
2	Dani	191	86
3	Edu	178	80
4	Francis	188	79
5	Hugo	180	74
6	Lynn	180	79
7	Nick	193	91
8	Pablo	176	77
9	Pedro	185	79
10	Roque	190	82
11	Vicent	178	73
12			

El entrenador presume de que las presentes medias son óptimas para su estrategia de juego. Sabe que su asistente es hábil en Estadística y le pregunta sobre si las medias de los nuevos jugadores se ajustan o no a la situación actual del equipo.

- Ayuda al asistente a formula la hipótesis nula sobre las estaturas de los jugadores.
 - ¿Es un test unilateral o bilateral?
 - El test es bilateral. Suponiendo el nivel de significación 0.05, ¿qué valor crítico debemos usar?
- 29) Registramos de un anuncio de un supermercado que sus consumidores gastan una media de \$65 por compra. Recientemente, el jefe del almacén ha iniciado una promoción para animar a más consumidores a gastar más dinero en el supermercado: cada cliente recibirá puntos basados en el dinero total gastado en el supermercado, y estos puntos pueden ser canjeados por productos del almacén. Para averiguar si la promoción está funcionando, el jefe toma una muestra de 12 clientes. Los siguientes datos indican el dinero gastado, en dólares, por esos clientes en el supermercado durante sus compras:

90	67	150	27	102	41	34	55	74	58	120	82
----	----	-----	----	-----	----	----	----	----	----	-----	----

Suponemos que el dinero gastado por todos los consumidores de este supermercado sigue una distribución normal. Usando un nivel de significación del 1%, ¿podemos concluir que la cantidad media de dinero gastado por todos los clientes de este supermercado después de la campaña iniciada es más de \$65?